

Gravitationsgesetz

WAS MACH ICH HIER?

In diesem Kapitel wird dir das Gravitationsgesetz erklärt.

JA UND?

Würde sich unser Universum nicht nach diesem Gesetz verhalten, würden unsere Planeten einfach wurr durch die Gegend fliegen.

Wir hätten keine Jahreszeiten, keine aufgehende Sonne, keinen Mond und unsere Existenz wäre auch fraglich.

AHA!

Das Gravitationsgesetz beschreibt also die Gravitationskraft. Diese hält unsere Planeten in Ihrer kreisenden Bahn um die Sonne.

Auch der Mond bewegt sich aufgrund der Gravitationskraft um die Erde.

DAS KENNST DU SCHON

Auf der Erde gelingen uns solche Rotationsbewegungen mithilfe der Zentripetalkraft. Beispielsweise ein Schlüssel an einer Schnur, welcher gedreht wird.

Nimmt man diese Schnur jedoch weg...
So fliegt er aus seiner Bahn

WAS IST ANDERS?

Newton stellte sich als Erster dieser Frage. Er ging davon aus, dass die Planeten eine eigene Zentripetalkraft hätten.

DAS EXPERIMENT

Wäre der Mond nur 1 kg schwer und die Erde genau 60 Erdradien (also 60x 6371 km) von ihr entfernt, dann würde er ungefähr 27,3 Tage benötigen, um sich einmal um die Erde zu drehen. Damit haben wir alle Bestandteile für die Zentripetalkraft.

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$r = 60 \text{ Erdradien} = 382.260.000 \text{ m}$$

$$T = 27,3 \text{ Tage} = 2.358.720 \text{ s}$$

Setzt man diese Daten in die Formel der Zentripetalkraft ein, ergibt sich folgendes Ergebnis:

Überlege wo sind: Radius, Masse und die Umlaufdauer in der Formel?

Dann klick drauf

DAS IST ABER WENIG!

Diese Kraft erscheint relativ klein, wenn man bedenkt, dass auf der Erde dieselbe Masse mit 9,81 N auf den Boden fällt.

Interessant ist aber, dass 9,81 N genau das 3600-Fache ($3600 = 60^2$) von 0,00272 N sind.

Nimmt also die Anziehungskraft der Erde mit dem Quadrat des Abstandes r ab?

Bei 60-fachem Abstand zur Erde käme man dann auf $1/60^2$.

WIE BEI MAGNETEN

Also mehr Abstand bedeutet weniger Anziehung

Das ist bei Magneten eigentlich genau so: Je weiter weg sich ein magnetisiertes Objekt an einem Magneten befindet desto langsamer wird es angezogen.

FAST SCHON EINE FORMEL

Newton schloss, dass die Kraft umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes r der Massenpunkte ist, oder in kurz:

$$\vec{F}_G \sim \frac{1}{r^2}$$

Weiterhin folgerte er aus der Gleichung für die Zentripetalkraft, dass F auch proportional zur Masse m des kreisenden Körpers ist. Er sprach von einer Gravitationskraft:

$$\vec{F}_G \sim \frac{m}{r^2}$$

MITTELPUNKTE

Diese Überlegungen ergeben aber nur Sinn, wenn man die Abstände der Himmelskörper von ihren Mittelpunkten aus misst. Denn dort ist ihr Massenzentrum. Wo befindet sich ein Mittelpunkt in der Abbildung?

THEMA GLEICHBERECHTIGUNG

Die Erde hat nur einen natürlichen Trabanten, den Mond. Die Sonne besitzt dagegen neun große Trabanten, genannt Planeten. Einer dieser Planeten ist unsere Erde. Diese benötigt genau ein Jahr, um die Sonne zu umkreisen: $T = 31.536.000\text{s}$

So und was ist jetzt mit den anderen Planeten? Gilt das Ganze für die auch?

ALLES DREHT SICH

Also die Erde umkreist in einem Jahr die Sonne und die anderen Planeten brauchen mehr oder weniger lang. Diese Umläufe nähern wir nun zu Kreisen an (Klick mal).

Dadurch können wir an acht weiteren Himmelskörpern prüfen, ob die vermutete Anziehungskraft durch den Zentralkörper auch die Zentripetalkraft liefert. Wenn dies so wäre, müsste Folgendes gelten:

Zentripetalkraft \sim Gravitationskraft

DAS GEHT AUCH EINFACHER...

Dieser Term kann umgeformt werden, sodass die Umlaufdauer T und der Radius r gesondert dastehen:

$$4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \frac{r}{T^2} \sim m \cdot \frac{1}{r^2}$$

Bringt man nun den Radius r auf die rechte Seite, ergibt sich Folgendes:

$$4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \frac{1}{T^2} \sim m \cdot \frac{1}{r^3}$$

VIEL ZU VIELE ZAHLEN!

Vereinfacht man den Term, ergibt sich ein ungefähres Verhältnis von:

$$\frac{1}{T^2} \sim \frac{1}{r^3} \rightarrow T^2 \sim r^3$$

Wenn T^2 ungefähr r^3 ist, dann sollte der Faktor r^3 / T^2 immer gleich sein, also eine Konstante.

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{Konstant}$$

DAS TESTEN WIR MAL

Überprüft man diese Konstante mit tatsächlichen Daten (siehe roter Bereich) der Himmelskörper, bestätigt sie sich. Allerdings ist der sich dabei ergebende Wert immer nur bei jenen Trabanten gleich, die denselben Zentralkörper haben.

Klicke auf den Bereich in der Tabelle, der dir das zeigt.

Es scheint also ebenfalls relevant zu sein, welcher Körper an den Trabanten zieht.

ICH BIN NICHT DICK, ICH BIN STARK!

Je schwerer der Zentralkörper, desto größer die auf die Trabanten wirkende Kraft. Stellen wir nun in Gedanken neben die Erde eine zweite, genau gleiche Erde. Diese beiden Erden sollten dann mit doppelter Kraft auf den Mond einwirken. Doppelte Masse bedeutet also doppelte Kraft.

Damit ist die Anziehungskraft auch direkt proportional zur Masse M des Zentralkörpers:

$$F_G \sim \frac{M \cdot m}{r^2}$$

ALSO ZIEHEN BEIDE?

Die beiden Körper sind nun in dem Produkt $m \times M$ ihrer Masse gleichberechtigt vertreten. Dabei ziehen beide Körper gemäß dem Wechselwirkungsgesetz mit demselben Betrag der Kraft aneinander. Die Erde zieht am Mond, aber der Mond zieht genauso an der Erde.

DA FEHLT NOCH WAS

Der Proportionalitätsfaktor γ heißt Gravitationskonstante. Durch sie wird die Formel komplett. Sie ist universal und gilt somit für das gesamte Universum.

$$F_G = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

DAS NEWTONSCHE GRAVITATIONSGESETZ

Alle Körper üben aufeinander Gravitationskräfte aus. Zwei kugelsymmetrische Körper der Masse m und M , deren Mittelpunkte voneinander den Abstand r haben, ziehen einander mit der Gravitationskraft F an:

$$F_G = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

UND WAS HEISST DAS JETZT FÜR MICH?

Das Ganze bedeutet im Prinzip, dass du genau wie jeder andere Körper an deinem Laptop, der Kaffeetasse, deinem Haus etc. mit der Gravitationskraft ziehst.

Dass dir nicht die ganze Zeit Gegenstände ins Gesicht fliegen, liegt daran, dass erstens der Massenunterschied zwischen dir und den Gegenständen meistens nicht groß genug ist, um irgendetwas davon zu spüren, und zweitens wirken noch andere Kräfte wie der Luftwiderstand dagegen.

Würdest du aber im Weltall schweben und dein Handy wäre wenige Meter von dir entfernt, dann müsstest du wahrscheinlich nur wenige Jahrhunderte warten, bis ihr euch von allein aufeinander zubewegt.

Naja, und es ist auch ganz praktisch, dass unsere Planeten nicht die ganze Zeit ineinander fliegen.

BEREIT FÜR WELTRAUMFORSCHUNG?

Wenn du Hilfe benötigst kannst du jederzeit auf Roger klicken

WIE SCHWER IST DIE SONNE?

Berechne die ungefähre Masse der Sonne, wenn du alle Bahndaten der Erde hast.

$T = 365$ Tage

$r = 1,496 \cdot 10^{11}$ m (Abstand Erde zu Sonne vom Mittelpunkt)

SCHAU MAL NACH OBEN

Die ISS ist der größte Satellit im Erdorbit. Alle 90 Minuten umkreist sie die Erde. Bei guten Bedingungen kann man sie sogar beobachten. Sie wiegt 420 Tonnen und ist seit dem Jahr 2000 durchgängig bemannt.

Welcher Faktor hat den größten Einfluss auf die Gravitationskraft der ISS?
Welche Größe muss dieser Faktor gerade noch haben, um den Absturz der ISS zu verhindern?
Teste es auch an der Simulation:

AM MOND WIRKT ALLES LEICHTER

Beobachtet man Astronauten am Mond, erscheinen sie zu schweben. Auf der Erde haben wir einen Ortsfaktor von $9,81 \text{ m/s}^2$, wie ist das auf dem Mond dessen Radius nur 1736km hat?
Die Masse des Mondes findest du in der Formelsammlung.

BONUSAUFGABEN GEFÄLLIG?

AUTOS IM ALL

Tesla hat einen roten Tesla Roadster an Bord einer Falcon Heavy-Rakete ins Weltall geschickt. In welcher Höhe müsste sich dieses Auto befinden, um stationär über dem Äquator zu stehen?
Schiebe den Regler auf die entsprechende Höhe:

ALTES TRIFFT NEUES

Bestimme mithilfe des Ortsfaktors $9,81 \text{ m/s}^2$, dem Erdradius ($r = 6370 \text{ km}$) und der Gravitationskonstanten ($\gamma = 6,6734 \cdot 10^{-11}$) die Masse und Dichte der Erde.

HAST DU DIR ALLES GEMERKT?

WARUM KÖNNEN SATELLITEN SO NIEDRIG ÜBER DER ERDE FLIEGEN?

- Durch geringe Geschwindigkeit
- Aufgrund geringer Umlaufzeiten
- Wegen ihrer hohen Masse
- Weil sie von Aliens kontrolliert werden

VON WO WIRD DER ABSTAND R GEMESSEN?

- Von den Mittelpunkten der Trabanten
- Von den Oberflächen der Trabanten
- Von Mittelpunkt zu Oberfläche des Trabanten

FÜR DIE PLANETEN IN UNSEREM SONNENSYSTEM GILT WELCHER ZUSAMMENHANG?

- $F_z = F_G$
- $F_z < F_G$
- $F_z > F_G$
- $F_z = F_G^2$

WELCHEN RADIUS HAT DIE ERDE UNGEFÄHR?

- 3067
- 3760
- 6370
- 6730
- 7630

WIE LAUTET DAS GRAVITATIONSGESETZ?

$F_G = \gamma \cdot \frac{M \cdot r^2}{m}$

$F_G = \gamma \cdot \frac{M}{m \cdot r}$

$F_G = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$

$F_G = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

GRATULIERE!
AUF ZUM NÄCHSTEN